

平成30年度入学者選抜学力検査問題  
(A日程)

数 学

( 生産システム科学部 )  
生産システム科学科

(注 意)

- 1 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文2ページであり、答案用紙は4枚である。
- 3 答えは答案用紙の指定欄に記入し、裏面には記入しないこと。
- 4 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

**1** 方程式  $x^4 - 4x^3 + ax^2 + bx + 2 = 0$  は 1 を 2 重解としてもつとする。

- (1) 定数  $a, b$  の値を求めよ。
- (2) この方程式の残りの解を  $\alpha, \beta$  とするとき,

$$\frac{\beta}{1+\alpha^2} + \frac{\alpha}{1+\beta^2}$$

の値を求めよ。

**2** 400 以下の自然数のうち、次の条件をみたすものの個数をそれぞれ求めよ。

- (1) 3 の倍数である。
- (2) 2 の倍数であるかまたは 3 の倍数である。
- (3) 3 の倍数であるが 2 の倍数ではない。
- (4) 2 の倍数でも 3 の倍数でもない。

3 2つの関数  $f(x) = \sqrt{2x}$  と  $g(x) = \sqrt{3x}$  について以下の問いに答えよ。

- (1)  $a > 0$  に対して、曲線  $y = f(x)$  上の点  $(a, f(a))$  における接線の方程式を書け。
- (2) 曲線  $y = g(x)$  と (1) で求めた接線との交点すべてについてそれらの  $x$  座標を求めよ。
- (3) (2) で求めた  $x$  座標のうち、最も小さいものを  $k(a)$  とおく。数列  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  を

$$a_1 = 2, \quad a_{n+1} = k(a_n) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定めるとき、 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  の値を求めよ。

4  $xy$  平面内のサイクロイド  $C: x = \theta - \sin\theta, y = 1 - \cos\theta$  を考える。 $0 < \theta < \pi$  に対するサイクロイド  $C$  上の点  $P(\theta - \sin\theta, 1 - \cos\theta)$  における法線と  $x$  軸との交点を  $Q$  とする。また、点  $P$  から下ろした垂線を  $PH$  とする。(図参照)

- (1) 点  $Q$  の  $x$  座標を求めよ。
- (2)  $PH + HQ$  を最大にする  $\theta$  を  $\theta_0$  とする。 $\theta_0$  の値を求めよ。
- (3) (2) で求めた  $\theta_0$  に対応する垂線  $PH$  と線分  $OH$  及びサイクロイド  $C$  の  $OP$  部分で囲まれた図形の面積を求めよ。

