

令和2年度 公立小松大学入学者選抜試験  
一般入試（前期日程）試験問題

（ 数 学 ）

【生産システム科学部】

生産システム科学科

（注意事項）

- 1 問題用紙は指示があるまで開いてはいけません。
- 2 問題用紙は本文2ページです。答案用紙は4枚です。
- 3 答案用紙の所定欄に受験番号を記入しなさい。
- 4 答えは答案用紙の指定欄に記入し、裏面には記入しないでください。
- 5 試験終了後、問題用紙と下書き用紙は持ち帰ってください。

1  $a$  を正の定数とする。複素数  $z$  が等式  $|z - a| = 1$  を満たすとき、複素数  $w = \frac{1}{z}$  もつねに等式  $|w - a| = 1$  を満たすという。

(1)  $a$  の値を求めよ。

(2)  $w$  の偏角  $\theta$  のとりうる値の範囲を求めよ。ただし、 $-\pi \leq \theta < \pi$  とする。

2  $O$  を原点とする座標空間において、3点  $A(0, 1, 3)$ ,  $B(2, 0, 1)$ ,  $C(1, 2, 0)$  に対し、線分  $BC$  を  $t : (1 - t)$  に内分する点を  $P$  とする。

(1)  $\overrightarrow{AP}$  を  $t$  を用いて成分で表せ。

(2) 2点  $A, P$  を通る直線  $l$  と  $xy$  平面との交点を  $Q$  とする。点  $Q$  の座標を  $t$  で表せ。

(3) 線分  $AQ$  と線分  $BC$  が垂直であるとき、 $Q$  の座標を求めよ。

3 次の問いに答えよ。

- (1) 関数  $y = x^3 - 6x^2 + 9x$  の極値を調べ、この関数のグラフの概形を図示せよ。
- (2)  $k$  を実数とする。方程式  $x^3 - 6x^2 + 9x = k$  が、異なる3つの実数解をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。また、このときの3つの解のうち最大のものを  $\alpha$  とおく。 $\alpha$  のとりうる値の範囲を求めよ。

4 O を原点とする座標平面上に、曲線  $C: y = \frac{1}{1+x^2}$  と、 $C$  上の点  $A(0, 1)$  を通る傾き  $m$  の直線  $l$  がある。ただし、 $m < 0$  とする。

- (1) 直線  $l$  が曲線  $C$  と接するときの  $m$  の値を  $m_0$  とし、接点の座標を  $(x_0, y_0)$  とする。 $m_0$  と  $(x_0, y_0)$  を求めよ。
- (2)  $m_0$  および  $x_0$  を (1) で求めたものとし、 $m_0 < m < 0$  とする。直線  $l$  が点  $A$  以外で曲線  $C$  と交わる点を  $P, Q$  とし、それらの  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。また、 $\triangle POQ$  の面積を  $S$  とし、曲線  $C$  と2直線  $x = \alpha, x = \beta$  および  $x$  軸とで囲まれた図形の面積を  $T$  とする。
- (i)  $\alpha, \beta$  を  $m$  を用いて表し、 $\lim_{m \rightarrow m_0} \alpha = x_0, \lim_{m \rightarrow m_0} \beta = x_0$  が成り立つことを示せ。
- (ii)  $S$  を  $\alpha, \beta$  を用いて表せ。
- (iii)  $\frac{\beta - \alpha}{1 + \beta^2} < T < \frac{\beta - \alpha}{1 + \alpha^2}$  が成り立つことを示せ。
- (iv)  $\lim_{m \rightarrow m_0} \frac{T}{S}$  を求めよ。