

令和3年度 生産システム科学部 一般選抜（前期日程） 数学試験問題

1 関数 $y = 9^{x+1} - 3^{x+2} + 5$ の $-1 \leq x \leq 2$ における最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。

2 次の問いに答えよ。

(1) 不定方程式

$$3x - 7y = 1$$

の整数解のうち、 x が正で最小となるものを求めよ。

(2) 不定方程式

$$3x - 7y = 11$$

の整数解をすべて求めよ。

3 2つの曲線

$$C : y = \frac{1}{2x-1} \quad \left(x > \frac{1}{2}\right), \quad D : y = a - x^2$$

について、次の問いに答えよ。ただし、 a は定数とする。

(1) 2つの曲線 C と D が共有点 $P(\alpha, \beta)$ をもち、点 P においてこの2曲線の接線が一致するとき、定数 a の値と点 P の座標 (α, β) を求めよ。また、点 P における2曲線 C, D の共通接線の方程式を求めよ。

(2) (1) における共通接線と x 軸の交点の x 座標を x_0 とする。2曲線 C, D と直線 $x = x_0$ および x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

4 $a_1 = 1, \quad a_{n+1} = 5a_n - 8n + 14 \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

で定義される数列 $\{a_n\}$ について、次の問いに答えよ。

(1) $b_n = a_n + pn + q \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$

によって与えられる数列 $\{b_n\}$ が等比数列となるように、定数 p, q の値を定めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^n a_k$ を求めよ。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log \left(\sum_{k=1}^n a_k \right)$ を求めよ。

ただし、必要なら $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{5^n} = 0$ であることを用いてもよい。