

令和4年度公立小松大学入学者選抜試験
一般選抜（前期日程）試験問題

数 学

[生産システム科学部]

生産システム科学科

(注意事項)

- 1 問題用紙は指示があるまでは開いてはいけません。
- 2 問題用紙は本文2ページです。答案用紙は4枚です。
- 3 答案用紙の所定欄に受験番号を記入してください。
- 4 答えは答案用紙の指定欄に記入し、裏面には記入しないでください。
- 5 試験終了後、問題用紙と下書き用紙は持ち帰ってください。

1 1個のさいころを続けて n 回投げて、出た目を順に x_1, x_2, \dots, x_n とし、それらすべての積 $x_1 x_2 \cdots x_n$ を X_n とする。 X_n が奇数となる確率を p_n , X_n が 5 で割り切れる確率を q_n , X_n が 4 で割り切れる確率を r_n とする。ただし、 $n \geq 2$ とする。

- (1) p_2, q_2, r_2, r_3 を求めよ。
- (2) p_n, q_n, r_n を求めよ。
- (3) $q_n \geq 0.9999$ をみたす最小の n を求めよ。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

2 O を原点とする座標空間の 3 点 $A(2, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, \sqrt{2})$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 原点 O から 2 点 A, B を通る直線に下ろした垂線を OD とする。点 D の座標を求めよ。
- (2) 原点 O から 3 点 A, B, C を含む平面に下ろした垂線を OH とする。点 H の座標を求めよ。
- (3) $\triangle ODH$ の面積を求めよ。

3 無限等比級数

$$(x-1) - (x-1)x^2 + (x-1)x^4 - (x-1)x^6 + \dots$$

が収束するとき、その和を $S(x)$ とする。ただし、 x は実数とする。

(1) この無限等比級数が収束するような実数 x の値の範囲を求めよ。

また、そのときの和 $S(x)$ を求めよ。

(2) (1) で求めた $S(x)$ について、定積分 $\int_0^1 S(x) dx$ を求めよ。

4 3以上の自然数 n に対し、関数

$$f_n(x) = (1 + x^{2n})^{\frac{1}{n}} \quad (-\infty < x < \infty)$$

を考える。次の問いに答えよ。

(1) $\log f_n(x)$ を微分せよ。ただし、対数は自然対数とする。

(2) $\frac{f_n(x)}{\sqrt{1+x^4}}$ の最小値を求めよ。

(3) (2) で求めた最小値を M_n とおく。 $\lim_{n \rightarrow \infty} M_n$ を求めよ。